

Cuando los alumnos interpretan un gráfico de frecuencias. Niveles de comprensión y obstáculos cognitivos

When students interpret a graph of frequencies. Levels of understanding and cognitive obstacles

Eduardo Martí, Fernando Gabucio,
Jesús Enfedaque y Sandra Gilabert
Universidad de Barcelona

Resumen

Partiendo de la necesidad de promover una alfabetización que no sólo incluya textos escritos sino también otras formas gráficas de representación, en el presente trabajo se analiza la comprensión de un gráfico en alumnos de educación obligatoria (de edades comprendidas entre 10 y 14 años). Se parte de la idea de que un gráfico se puede interpretar a distintos niveles de profundidad (comprensión de las informaciones básicas, lectura directa de datos, inferencia y comprensión conceptual). Por ello, se elabora un cuestionario que recoge preguntas de distinta complejidad relativas a un gráfico de barras que presenta las frecuencias de una población de niños y niñas según su peso. Los resultados del cuestionario muestran una baja competencia en la interpretación del gráfico, que apenas progresa cuando aumenta el nivel escolar. El análisis cualitativo de las respuestas de una muestra pequeña de alumnos permite identificar los principales obstáculos cognitivos que se encuentran en la interpretación de un gráfico de este tipo. Estas dificultades tendrían que ser el punto de partida para diseñar una intervención educativa que promoviese la alfabetización gráfica en la escuela.

Palabras clave: Representaciones externas, gráficos, gráficos de frecuencia, interpretación, niveles de comprensión, dificultades

Abstract

Assuming the need to foster literacy that not only involves texts but also other graphic formats of representation, the present research analyzes 10-to-14-year-old students' comprehension of a graph. The underlying assumption is that graphs can be interpreted at different levels (basic information understanding, direct data reading, inferential reading, and conceptual understanding). According to this assumption, we developed a questionnaire that involved demands of different complexity about a bar graph that represent the frequencies of a population of boys and girls according with their weights. The analysis of the students' answers showed a low competence in interpretation, and also a very low progress with instructional level. The qualitative analysis of the student' performance enabled us to identify the main obstacles the students encounter when they are asked to interpret a graph. These difficulties should be the starting point to design an educational intervention to promote graphical literacy at the school.

Keywords: External representations, graphs, frequency graphs, interpretation, levels of understanding, difficulties

Agradecimientos: Este trabajo se ha realizado gracias a la subvención otorgada por el Ministerio Español de Ciencia e Innovación al Proyecto SEJ2006 – 15639-C02-02/EDUC.

Correspondencia con los autores: Eduardo Martí. Facultad de Psicología, Universidad de Barcelona. 171, Passeig de la Vall d'Hebron. 08035. E-mail: emarti@ub.edu
Fernando Gabucio, Jesús Enfedaque y Sandra Gilabert pertenecen también a la Universidad de Barcelona.

El término “alfabetización”, en su acepción más frecuente, se relaciona con la capacidad de interpretar, crear y usar materiales escritos, especialmente textos. Progresivamente, junto a los textos escritos se han ido incluyendo otras modalidades de representaciones externas de naturaleza visual como las imágenes, las fotografías, las tablas, los gráficos, los diagramas, los esquemas o los mapas. Así, la OECD (Organization for Economic Cooperation and Development) propone que la alfabetización se extienda a cualquier tipo de información escrita y señala tres principales tipos de alfabetización: alfabetización textual, alfabetización documental y alfabetización cuantitativa (Murray, Kirsh y Jenkins, 1997). La alfabetización documental se refiere al conocimiento y capacidad para localizar y usar información presentada en varios formatos en los que se incluyen los gráficos. La importancia de los gráficos para la representación de datos queda patente en multiplicidad de situaciones de la vida cotidiana y, por descontado, en la forma en que los científicos presentan y comunican buena parte de sus datos (Latour, 1987; Lemke, 1998).

No es de extrañar, pues, que uno de los retos de la educación obligatoria en todos los países sea que los alumnos comprendan, construyan y utilicen de forma funcional diferentes representaciones de datos entre los que destacan los gráficos (ver, por ejemplo, el Real Decreto sobre las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria y Secundaria de la Ley de Educación de España, 2006, 2007).

Los estudios sobre la comprensión de gráficos realizados hasta ahora coinciden en señalar que la interpretación, construcción y uso de los gráficos encierran mayor complejidad de lo que en un principio cabría suponer teniendo en cuenta la aparente inmediatez de las informaciones vehiculadas visualmente por los gráficos (Barquero, Schnotz y Reuter, 2000; Friel, Curcio y Bright, 2001; Guthrie, Weber y Kimmerly, 1993; Leinhardt, Zaslavsky, y Stein, 1990); Postigo y Pozo, 2000; Shah y Hoeffner, 2002).

Es difícil, sin embargo, ofrecer una imagen unitaria de la comprensión de gráficos. Esto se debe, por un lado, a la multiplicidad de enfoques adoptados en este ámbito (realizados desde la psicología, el diseño, la interacción hombre-máquina, la estadística o la didáctica de las matemáticas). Por otro lado, la variedad formal y la distinta complejidad de los gráficos (gráficos de líneas, de barras, de sectores, con dos variables, con tres) y también las distintas exigencias de las tareas propuestas a los sujetos (construir gráficos, completar gráficos, localizar datos puntuales, inferir relaciones, traducir los datos de un formato a otro, comunicar una información mediante un gráfico, etc.) introducen una gran variabilidad en los resultados de las investigaciones. Hay que señalar también que la mayoría de los estudios analizan la competencia adulta y son pocos los estudios que estudian la competencia gráfica en niños o adolescentes.

Por estas razones, en el presente estudio nos centraremos en el proceso de interpretación de un formato particular muy usual (el gráfico de barras que representa la distribución de frecuencias de una población según dos variables) analizando dicha competencia en alumnos de diferentes niveles de Primaria y Secundaria. Nuestro objetivo general es identificar, desde una perspectiva psicológica y educativa, las principales dificultades que encuentran los alumnos cuando interpretan un gráfico de esta naturaleza. El lector que lo desee puede consultar otros trabajos de nuestro equipo sobre diferentes aspectos de la comprensión y construcción de representaciones externas, trabajos que complementan el que aquí presentamos (Gabucio, Martí, Enfedaque, Gilabert y Konstantinidou, 2010; Garcia-Mila, Martí, Gilabert y Castells, 2010; Martí, Garcia-Mila, Gabucio y Konstantinidou, 2010; Martí, Perez y Aular de la Cerda, en prensa; Perez Echeverria, Martí y Pozo, 2010).

¿De qué está hecho un gráfico?

El objetivo de los gráficos es representar, mediante ciertos recursos espaciales, relaciones cuantitativas. Esta característica los diferencia de otros sistemas externos de representación (como los mapas, las figuras o los planos) que utilizan recursos espaciales para representar relaciones espaciales. Todos los gráficos tienen los mismos componentes estructurales (Friel *et al.*, 2001; Kosslyn, 1989, 2006):

a) El marco, que ofrece información acerca del tipo de medida y de los datos medidos. El marco más usual es un marco en forma de L, que incluye los dos ejes que sirven como referentes para la medida de las variables (gráficos cartesianos); pero también hay otras variedades, como el gráfico de sectores que se utiliza para representar variables nominales.

b) Los especificadores, que son las dimensiones visuales utilizadas para representar los valores de los datos. En los gráficos cartesianos suelen ser líneas o barras. Estos elementos son los que permiten transmitir visualmente las relaciones particulares entre los datos (tendencias, comparaciones locales).

c) Las etiquetas, que identifican el tipo de medidas que se han hecho (por ejemplo, el nombre de las variables que aparece junto a los dos ejes en los gráficos cartesianos o los colores de las barras que pueden indicar valores diferentes de una variable) y el resultado de la medida (frecuencias, valores de las dimensiones, etc.). El título del gráfico es, en este sentido, fundamental, pues suele indicar el valor de lo que se mide, relacionándolo con las variables elegidas.

d) El fondo, que corresponde a cualquier recurso (colores, imágenes, cuadrícula) que acompaña al gráfico.

Para poder dar sentido a un gráfico, hay que tener en cuenta el significado de todos estos elementos y, sobre todo, relacionarlos unos con otros. Algunos significados remiten a competencias fundamentales de tipo alfabético (la lectura de palabras y frases) o numérico-matemático (conocimiento de los números y de la expresión de unidades de medida). Otros significados (cómo se especifica la medida, el uso de dos ejes, la leyenda) son propios de los gráficos. Pero como veremos enseguida, la atribución de significado a estos elementos básicos, aunque necesaria, no es suficiente. La comprensión de las informaciones de un gráfico puede incluir inferencias de datos que no aparecen en el gráfico, y también puede depender del fenómeno representado y de las relaciones que establezca el alumno entre este referente y los signos gráficos.

Atribuir significado a los gráficos: procesos cognitivos y niveles de comprensión

No hay unanimidad sobre la terminología utilizada para hablar de comprensión de gráficos. En su acepción amplia incluye procesos como la construcción, la invención o la elección de gráficos, además de la interpretación o "lectura". Pero en general, y al igual que ocurre con la lectura y escritura de textos, se suele hablar de "comprensión" para dar cuenta de la interpretación de gráficos (habilidad para extraer significados de gráficos ya realizados por otros o por uno mismo) y se suele hablar de "construcción" o "producción" para dar cuenta de la capacidad para crear un gráfico (Friel *et al.*, 2001). Salvando las distancias, y teniendo en cuenta que se trata de procesos diferentes, el primer proceso (interpretación) se puede vincular con la lectura de textos y el segundo (producción) con la escritura. En este artículo hablaremos de "comprensión" en este sentido (extraer significados de y a partir de un gráfico ya hecho).

Tal y como apuntan Friel *et al.* (2001), en la comprensión de cualquier "inscripción" (Latour, 1986) o representación externa (Martí, 2003; Martí y Pozo, 2000) se vinculan cuatro procesos generales: la traducción, la interpretación, la interpolación y la extrapolación. El primero, la *traducción*, implica un cambio en la modalidad de expresión: toda interpretación requiere una redescripción, generalmente en la modalidad verbal, que retoma las principales características de la inscripción con el fin de comunicar los datos principales. La *interpretación* propiamente dicha, requiere una reorganización del material para seleccionar los factores importantes y dejar de lado los secundarios; en el caso de un gráfico, se trataría de identificar algunos datos relevantes. Con la *interpolación*, se establecen

relaciones entre datos no directamente perceptibles; en el caso de un gráfico, este proceso permite establecer comparaciones y tendencias y también calcular datos nuevos mediante operaciones aritméticas. Mediante la *extrapolación*, se infieren nuevos datos relacionándolos con otros conocimientos; en el caso de un gráfico, se pueden inferir consecuencias interpretativas del fenómeno representado. Estos procesos están íntimamente relacionados en el proceso de atribuir significado a un gráfico. Y todos son necesarios para una buena comprensión del gráfico.

Sin embargo, los estudios sobre la comprensión de gráficos coinciden en señalar que el nivel de procesamiento puede variar. Puede quedarse en una descripción literal de las informaciones dadas o ir más allá a través de inferencias que establecen relaciones entre informaciones o que re-interpretan dichas relaciones en el marco de conocimientos del interpretante. En general, hay acuerdo, pues, para distinguir tres niveles de profundización en lo que atañe la comprensión de gráficos (también aplicable a otro tipo de representaciones externas como las tablas – ver Gabucio *et al.*, 2010).

El primer nivel, según la terminología de Curcio (1987), sería el de *leer los datos*. Consiste en extraer los datos del gráfico, localizando información o describiéndola verbalmente. Bertin (1983) y Wainer (1992) hablan de "extraer información elemental"; Postigo y Pozo (2000) se refieren a este nivel como el del "procesamiento de la información explícita". Este nivel supone preguntarse para qué se ha realizado el gráfico, información que suele aparecer en el título indicando qué variables se representan. También supone identificar las variables en juego (señaladas normalmente mediante los nombres de los ejes) y el significado de la medida de las barras (especificadores). No es de extrañar que para entender el significado de un gráfico, aunque sea a este nivel elemental, el sujeto tenga que leer y hasta releer varias veces el título poniéndolo en relación con las etiquetas de los ejes y con el significado de las barras (Carpenter y Shah, 1998).

El segundo nivel, *leer entre los datos*, requiere que se infieran las relaciones entre datos (comparar datos, identificar tendencias, operar para inferir un nuevo dato) y, por tanto, hace intervenir el proceso de interpolación. Bertin (1983) describe este nivel apelando a una reducción de datos en nuevas categorías, y Postigo y Pozo (2000) lo describen como un procesamiento de la información implícita. A este nivel, el sujeto debe comparar datos, operar numéricamente con los valores para inferir un nuevo dato o identificar una tendencia (aumentos, disminuciones). Es probable que no todas estas exigencias sean de idéntica complejidad aunque se engloben en el mismo nivel (Friel *et al.*, 2001).

El tercer nivel, *leer más allá de los datos* en la terminología de Curcio (1987), requiere que se hagan predicciones que incorporan conocimientos previos del sujeto relacionados con lo que representa

el gráfico. Wainer (1992) describe este nivel como el de la comprensión de la estructura profunda del gráfico que suele conseguirse comparando tendencias. Postigo y Pozo (2000) designan este nivel como el de procesamiento de la información conceptual, que requiere un análisis global de la estructura del gráfico y su puesta en relación con conocimientos previos sobre el fenómeno representado. Esto permite hacer predicciones e interpretaciones sobre dicho fenómeno.

Para una interpretación directa de las informaciones del gráfico (primer nivel), tal y como señala Kosslyn (1989), se deben entender las convenciones presentes en el gráfico. Esto sugiere que existe un nivel aún más básico que se relaciona con el conocimiento de las convenciones presentes en el gráfico (qué variables se miden, a qué se refiere la altura de las barras o qué indica la leyenda). Por esta razón, nos parece que habría que distinguir cuatro niveles de comprensión y no sólo tres como apuntan los estudios citados. El nivel básico correspondería a aquellos conocimientos fundamentales que permiten entender lo que el gráfico representa, por ejemplo entender el significado de la altura de las barras, o entender qué significan los números o palabras que aparecen en el eje de ordenadas o los que aparecen bajo el eje de abscisas. El segundo nivel, el de la lectura directa, correspondería a la habilidad para extraer la información presente en el gráfico (por ejemplo, saber identificar la frecuencia de una categoría en base a la altura de la barra correspondiente).

Cada nivel habría que operacionalizarlo a través de preguntas cuya respuestas necesitan un tipo de procesamiento diferente de las informaciones del gráfico: preguntas relativas a la comprensión de la información básica del gráfico (nivel 1, básico), sobre la lectura directa de informaciones (localizar información presente) (nivel 2, lectura directa), sobre comparación de datos y operaciones sobre datos existentes (nivel 3, inferencia de datos) y finalmente, en el cuarto nivel, preguntas que requieren una consideración global de estas relaciones y tendencias para inferir conocimientos que relacionan las informaciones del gráfico con conocimientos sobre el fenómeno representado (nivel 4, comprensión conceptual). El diseño del cuestionario de interpretación que proponemos en este estudio contempla estos cuatro niveles (ver el apartado de Metodología).

Objetivos

En base a la revisión precedente, nos parece que es necesario retomar la idea de distintos niveles de comprensión de un gráfico y aplicarla a una población de estudiantes para indagar si existen diferencias y/o progresos entre niveles escolares. Además, nos parece indispensable realizar un análisis en profundidad de las principales dificultades presentadas por los alumnos, algo que a juzgar por

los estudios realizados no se ha abordado de forma sistemática. Y finalmente, otra cuestión que queda pendiente tras la revisión de la literatura es la necesidad de introducir un nuevo nivel de procesamiento (el que hemos denominado “básico”) que se refiere al conocimiento de las convenciones principales de un gráfico. Nuestro trabajo persigue, pues, los siguientes objetivos.

1. Comparar el nivel de comprensión de un gráfico de barras en alumnos de diferentes niveles escolares de Primaria y Secundaria. Teniendo en cuenta que la comprensión de gráficos es una de las competencias perseguidas en la escolaridad obligatoria de Primaria y Secundaria y que existen pocos datos que comparan alumnos de niveles diferentes de escolaridad, nuestro primer interés recae en ofrecer datos sobre la evolución de esta comprensión según el nivel de escolaridad (Estudio 1).
2. Retomar los niveles teóricos de comprensión de gráficos (introduciendo un nivel básico, no explorado en los estudios precedentes) para indagar si en la población escolar de Primaria y Secundaria aparece una ordenación de diferentes niveles de comprensión; básico, lectura directa, inferencia de datos y comprensión conceptual (Estudio 1).
3. Identificar de modo cualitativo cuáles son los principales obstáculos cognitivos que deben afrontar los alumnos en la comprensión de un gráfico de barras y que explicarían los niveles de comprensión alcanzados en los alumnos de Primaria y Secundaria (Estudio 2).

Estudio 1

Método

Participantes

Un total de 205 alumnos han participado en este primer estudio. Tan sólo cinco de ellos han dejado la tarea sin realizar. La muestra final analizada incluyó 42 alumnos de 5º de Primaria (a partir de ahora 5ºP; edad media, 10;8 años), 70 de 6º de Primaria (6ºP; edad media, 11;9 años), 42 de 1º de Educación Secundaria Obligatoria (a partir de ahora 1ºESO; edad media, 13;0 años) y 46 de 2º de Educación Secundaria Obligatoria (2ºESO; edad media, 14;1 años). El 55,6% han sido niños y el 44,3% han sido niñas. Todos los alumnos procedían de cinco escuelas públicas del área metropolitana de Barcelona, todas ellas de zonas de clase media.

La selección de estos niveles escolares ha estado guiada por el hecho de que son cursos en los que los alumnos abordan de forma explícita diferentes

formas de representación de los datos, sobre todo en la asignatura de matemáticas, pero también de ciencias sociales. Así lo señalan los planes de estudio que rigen en estas escuelas (Real Decreto sobre las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria y Secundaria de la Ley de Educación, 2006, 2007).

Tarea y procedimiento

Hemos seleccionado un caso particular de gráfico: el gráfico de barras (verticales) que representa la relación de dos variables, el género y el peso (cuando se mide la frecuencia de sujetos en cada categoría de una determinada población (25 alumnos y 25 alumnas de 11 años). La variable “género” es nominal (niños versus niñas) y la variable “peso” es ordinal (cuatro intervalos de altura de orden creciente). Podríamos denominarlo “gráfico cartesiano de frecuencias con dos variables”. Es un tipo de gráfico muy común, de los más sencillos.

El gráfico representa un fenómeno conocido por los alumnos (variaciones de los pesos de niños y niñas de la misma edad) y que, a priori, no presenta ninguna dificultad de comprensión conceptual. Nuestra intención en la elección de este fenómeno ha sido la de evitar que la comprensión del gráfico suponga conocimientos especializados y complejos. De esta forma podremos analizar con más claridad

las informaciones del gráfico sin demasiadas interferencias con conocimientos previos. El inconveniente de esta elección es que resulta más difícil plantear cuestiones del nivel 4, que suponen la integración de los datos del gráfico con los conocimientos previos de los alumnos. En nuestro cuestionario hay tan sólo una pregunta de este nivel (la 12).

Para analizar la comprensión del gráfico se elaboró un cuestionario de 12 preguntas, con cuatro opciones, una de ellas verdadera (ver Anexo 1). El diseño del cuestionario estuvo guiado por la idea de que se pueden distinguir cuatro niveles de comprensión. Como hemos visto anteriormente, cada nivel conduce a elaborar informaciones de diferente naturaleza y que requieren procesos cognitivos diferentes. La elaboración del cuestionario residió en redactar algunas preguntas de cada nivel y de elaborar las cuatro opciones propuestas con una de ellas correcta y las otras tres incorrectas. El orden de las 12 preguntas sigue, a excepción de la pregunta 4, la ordenación de los cuatro niveles. Se tomó esta decisión porque, pensando en el alumno, parecía más lógico empezar con las preguntas básicas y de lectura directa para luego plantear preguntas que, en teoría, requieren un tratamiento más profundo.

La redacción de cada pregunta se realizó y discutió en el grupo de investigación. Se detallan a

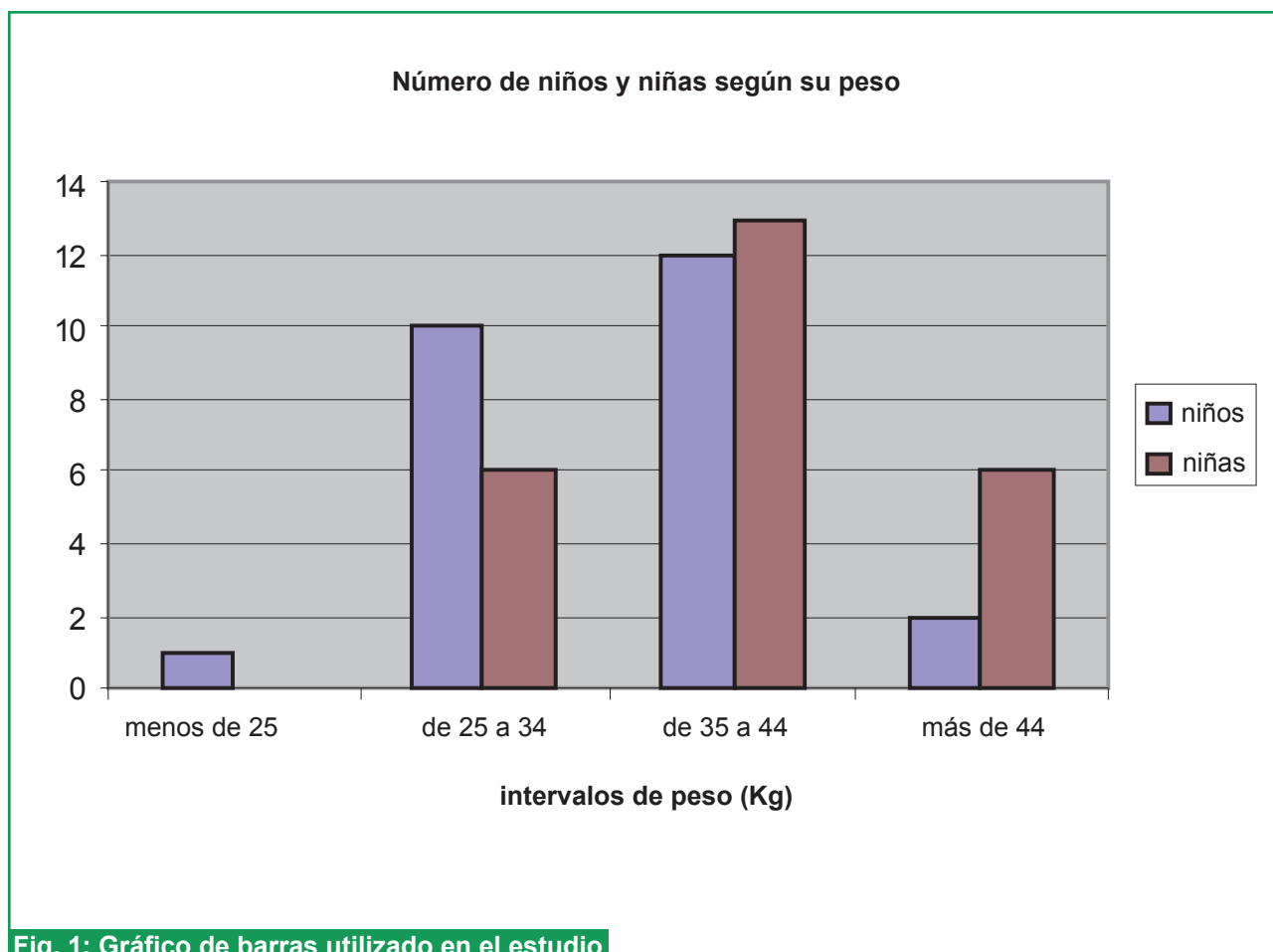


Fig. 1: Gráfico de barras utilizado en el estudio

continuación la naturaleza de las 12 preguntas organizadas por niveles.

Nivel 1. *Comprender lo básico* (preguntas 1, 2 y 3)

Son preguntas que se refieren a la comprensión de las convenciones básicas del gráfico: identificación de las variables peso y género, y comprensión de que las barras indican la frecuencia.

Nivel 2. *Lectura directa de los datos* (preguntas 5, 6, 7 y 8)

Se trata de extraer alguna información presente en el gráfico. Mientras que las preguntas 5 y 6 señalan un dato relativo a la frecuencia y el alumno ha de buscar el intervalo correspondiente, las preguntas 7 y 8 lo plantean de forma recíproca, es decir, señalan un intervalo de peso y el alumno ha de detectar lo que ocurre en este intervalo.

Nivel 3. *Inferencia de nuevos datos* (preguntas 4, 9, 10 y 11)

Para contestar a estas preguntas, el alumno necesita realizar una serie de operaciones lógicas y numéricas para deducir el dato requerido. Para contestar a las preguntas 4 y 10 se debe operar con datos presentes en el gráfico (correspondería a la interpolación de datos); las preguntas 9 y 11 supondrían un grado más de dificultad al requerir inferir datos que no son calculables a partir de las informaciones presentes pero que pueden ser deducidos con cierto grado de probabilidad considerando los datos presentes.

Nivel 4. *Comprensión conceptual* (pregunta 12)

Esta pregunta exige que se tome en cuenta la tendencia global de los datos del gráfico y que se ponga en relación con el fenómeno del crecimiento.

Los alumnos contestaron al cuestionario de manera individual, en su clase correspondiente. Fue el profesor habitual de la clase quien planteó la actividad. Cada alumno recibía un cuadernillo. La primera página incluía unas pocas preguntas sobre datos básicos del alumno (fecha de nacimiento, nombre, clase, centro escolar). La segunda página incluía el gráfico (ver Figura 1), y en la tercera página aparecían las 12 preguntas con su correspondiente consigna.

Resultados

El coeficiente de fiabilidad del cuestionario arroja un resultado que es bastante alto si tenemos en cuenta el escaso número de preguntas (Alfa de Cronbach=0.675).

La media global de aciertos relativo al conjunto de toda la población es de 6.69 aciertos (desviación

típica= 2.21), ligeramente superior a la mitad de las preguntas del cuestionario. Por curso escolar las puntuaciones medias y las desviaciones típicas son las siguientes: en 5ºP la media es de 5.6 y la desviación típica de 1.8, en 6ºP 6.9 y 2.2, en 1ºESO, 7.1 y 2.1; y en 2ºESO 6.8 y 2.2.

Si establecemos comparaciones entre las puntuaciones entre los niveles escolares, la distribución es significativamente diferente a la de una distribución al azar ($\chi^2(3)$ de Pearson= 9.438; $p=.024$). Para identificar en dónde se localizan las diferencias se han realizado comparaciones curso por curso (U de Mann-Whitney). Sólo las comparaciones de las puntuaciones de 5ºP con el resto de los cursos arrojan diferencias significativas: 5ºP ($N=42$; rango promedio=43.52) y 6ºP ($N=70$; rango promedio=64.29) ($U=925$; $p=.001$); 5ºP ($N=42$; rango promedio=34.04) y 1ºESO ($N=42$; rango promedio=50.96) ($U=526.5$; $p=.001$), 5ºP ($N=42$; rango promedio=36.65) y 2ºESO ($N=46$; rango promedio=51.66) ($U=636.5$; $p=.005$). No aparece, pues, una progresión clara a medida que aumenta el curso, salvo el paso de 5ºP a 6ºP.

Para comprobar si existen grupos de preguntas asociadas y si estas agrupaciones se relacionan con los supuestos niveles de comprensión se ha realizado un análisis factorial. Dicho análisis señala que tres factores explican el 46.28% de la varianza (ver Anexo 2). El componente 1 incluye cuatro preguntas con correlaciones altas, tres de lectura directa (6, 7 y 8) y una de inferencia de datos (11). El componente 2 incluye dos preguntas básicas (1 y 3) y una de lectura directa (5). Finalmente, el componente 3 incluye tres preguntas de inferencia (9, 10 y 12) y una pregunta básica (la 2). En resumen, y con toda la prudencia que requiere la interpretación de estos datos, todo parece indicar que existen tres factores: uno que estaría representado por las preguntas básicas, otro por las de lectura directa y otro por preguntas que requieren inferir un dato por interpolación o extrapolación.

El índice de facilidad de las preguntas (número de aciertos /total de respuestas) se presenta en la Tabla 1. Tomadas en grupos según la naturaleza de las preguntas, las que arrojan mejores resultados son las de lectura directa y las preguntas básicas (puntuaciones medias superiores a 6). Es interesante señalar que las únicas preguntas que marcan diferencias entre grados son dos de lectura directa (5, 7) y una básica (1). La diferencia se encuentra entre los alumnos de 5ºP y el resto. Ninguna pregunta de inferencia de datos nuevos ni la de comprensión conceptual es significativamente diferente entre alumnos de distinto nivel escolar.

No se cumple de forma estricta que las preguntas correspondientes a los cuatro niveles de comprensión previstos se escalonen según el grado de facilidad (comprender lo básico – lectura directa – inferencia de nuevos datos – comprensión conceptual): por ejemplo, hay preguntas de lectura directa (5 y 8) que son más fáciles que algunas

Tabla 1.

Índice de facilidad (número de respuestas correctas /número total de alumnos) de las preguntas agrupadas según los diferentes niveles teóricos (*Comprender lo básico* -1,2,3; *Lectura directa* -5,6,7,8-; *Inferencia de nuevos datos* -4,9,10, 11; *Comprensión global* -12-) de acuerdo con el nivel escolar (5ºP, 6ºP, 1ºESO y 2ºESO).

Pregunta	5ª P	6º P	1ª ESO	2º ESO	Media
1*	59.5	79.7	80.9	84.7	76.8
2	47.6	62.3	73.8	57.7	60.6
3	97.6	95.7	97.6	97.7	96.9
5*	76.1	92.6	97.6	91.1	89.8
6	59.5	71.4	71.4	76.0	70.0
7*	50.0	80.8	83.3	79.5	74.4
8	71.4	90.0	80.4	82.2	82.3
4	47.6	48.4	54.7	44.4	48.7
9	30.9	36.3	44.7	45.6	39.0
10	09.5	18.1	15.5	10.8	13.9
11	3.57	5.73	5.12	6.08	5.22
12	38.0	55.8	55.0	47.8	50.0

* Preguntas que presentan una distribución de aciertos y errores significativamente diferente cuando se comparan los grados escolares ($\chi^2(3)$ de Pearson; $p < .05$).

preguntas básicas (1 y 2); y la pregunta supuestamente más compleja (que requiere comprender los datos globalmente y ponerlos en relación con el fenómeno representado - pregunta 12) es más fácil que las preguntas de inferencia de nuevos datos.

La única tendencia clara es la separación entre las preguntas de los dos primeros niveles, contestadas por más de la mitad de los alumnos y las preguntas que requieren inferir datos no directamente presentes en el gráfico o una interpretación global (niveles 3 y 4), contestadas por menos de la mitad de los alumnos. Todo parece indicar que la naturaleza de las preguntas de acuerdo con el nivel de

procesamiento (básicas, de lectura directa, de inferencia, conceptuales) no permite, por sí sola, predecir el grado de su dificultad. Estos resultados requieren, pues, un análisis pormenorizado de las razones de las dificultades encontradas por los alumnos en las diferentes preguntas.

Estudio 2

Con el objetivo de ahondar en las dificultades de los alumnos, se realizó un segundo estudio efectuando un seguimiento individual a un pequeño grupo de alumnos de diferentes niveles,

proponiéndoles la misma tarea.

Método

Participantes

Ocho alumnos de diferentes niveles escolares (dos de cada nivel, 5ºP, 6ºP, 1ºESO y 2ºESO; 4 niños y 4 niñas) de uno de los centros que participó en el primer estudio fueron entrevistados mientras contestaron a las preguntas del cuestionario. El objetivo de este segundo estudio fue el seguimiento pormenorizado de las respuestas de los alumnos con el fin de detectar los procesos subyacentes encontrados en las respuestas y especialmente en las dificultades encontradas. Por esto se eligió una muestra reducida sin pretensión de que sea representativa de los diferentes niveles. Pensamos que a pesar del número reducido de alumnos, es posible detectar los procesos subyacentes a las dificultades, de acuerdo con la lógica del análisis de casos. La selección de la muestra no se guió por ningún criterio explícito. Fue la profesora responsable de cada clase quien propuso los dos niños.

Tarea y procedimiento

De forma individual y en una sala anexa a la clase, se propuso a cada alumno la misma tarea de comprensión del gráfico presentada en el Estudio 1. Se realizó un seguimiento de las respuestas de los alumnos y de sus justificaciones mediante una entrevista clínica en base a las respuestas que da el alumno al mismo cuestionario de comprensión que se utilizó en el Estudio 1. La entrevistadora solicitaba al niño que justificase sus respuestas, sobre todo cuando veía que la respuesta era equivocada o que aparecían dudas. Si era conveniente, la entrevistadora hacía sugerencias con el objetivo de entender mejor la elección del alumno y apreciar la solidez de su respuesta. Todas las entrevistas fueron grabadas en vídeo y luego transcritas para su análisis.

Resultados

Las entrevistas realizadas han permitido seguir con más detalle la elección de las diferentes alternativas y sobre todo analizar con más detalle la naturaleza de las dificultades en algunas preguntas especialmente difíciles.

Si consideramos las primeras respuestas a las preguntas (antes de eventuales rectificaciones), se confirma la tendencia del primer estudio, aunque con puntuaciones mejores: los dos alumnos de 5ºP tienen 6 y 7 aciertos respectivamente, algo inferiores a los aciertos de 6ºP (8 y 10 aciertos), de 1ºESO (8 y 9 aciertos) y de 2ºESO (7 y 9 aciertos). Los resultados, si los comparamos con las medias por niveles del primer estudio, son ligeramente superiores, lo que

puede ser explicado por la situación más controlada que seguramente favorece una mayor atención. Al tratarse de una muestra pequeña, también es posible que los alumnos elegidos por el profesor tengan una mayor competencia que la media de su grupo de referencia.

Las intervenciones de la entrevistadora ante los errores conducen, en la mayoría de casos, a elegir la respuesta correcta. Tan sólo Julián (5ºP) en la pregunta 10, Pilar (1ºESO) en las preguntas 10 y 12 y Esther (2ºESO) en la pregunta 10 persisten en su error a pesar de las ayudas. Esta ayuda toma, según los casos, formas diferentes.

En algunos casos consiste en una demanda de justificación, que por sí sola permite al alumno retomar la pregunta y darse cuenta de su error. Es el caso, por ejemplo, de Eva (5ºP) que contesta erróneamente la pregunta 6 escogiendo el intervalo de 35 a 44kg; tras la sugerencia de la entrevistadora de mirar bien lo que ocurre en este intervalo, enseguida corrige y elige el intervalo correcto (entre 24 y 34kg). Con Raúl (1ºESO) ocurre exactamente lo mismo. Raúl, tras la rectificación es capaz de explicar su error: *"...he ido directamente a mirar en qué intervalo las barras eran más altas, sin fijarme en que era necesario mirar que los niños estuviesen por encima de las niñas. Cuando he vuelto a leer la pregunta he visto que no lo hacía bien y he rectificado"*.

En otros casos, las ayudas necesarias para la rectificación deben ser más sostenidas. Esther (2ºESO), por ejemplo, en la pregunta 2 (que requiere saber qué datos muestran las barras del gráfico) contesta que las alturas de las barras indican las edades. Lo justifica fijándose en el eje de ordenadas:

- *"Porque aquí ponen de 0 a 14...supongo que... no sé, es que es por lógica, porque menos de 25 sería el peso (fijándose en lo que pone en el eje de abscisas)... y eso (eje de ordenadas) serían las edades de los niños"*.
- La entrevistadora le sugiere que lea el título del gráfico.
- Esther comenta: *"Ah entonces ¿no es la edad?, entonces sería la altura porque según lo que mide el niño, pesa"*.
- La entrevistadora le pregunta *"y mediría...?"*.
- Esther se ríe: *"Bueno eso no serían metros...es que ...ah! Sería el número de niños y niñas"* (respuesta correcta).

Vemos como en este caso es necesario acompañar al alumno en el análisis de su respuesta, proponiéndole una relectura del título y haciéndole ver que los números del eje (de 0 a 14) no pueden ser la medida de la altura.

El análisis detallado de los errores y de su corrección gracias a las ayudas de la entrevistadora permite comprender mejor los obstáculos encontrados por los alumnos en los diferentes niveles de preguntas. Pasamos a comentarlos por

grupos de preguntas.

Comprender lo básico

Identificar la naturaleza de la variable peso (pregunta 1) no es una tarea fácil para todos los alumnos. Tres de ellos, al ser preguntados por dónde se indica el peso en el gráfico dicen que en las barras.

Las dudas de Julián (5ºP) muestran la dificultad de esta comprensión. Julián dice que las barras son los pesos; señala en el gráfico las seis niñas que pesan más de 44kg. La entrevistadora le pregunta qué es el seis. Julián responde que son las seis niñas que pesan más de 44 (correcto).

- “¿Entonces los pesos donde están?”, le pregunta la entrevistadora.
- Julián señala el eje vertical.
- “¿Entonces esto son los pesos o las niñas?” pregunta la entrevistadora señalando el eje de ordenadas.
- Julián se da cuenta del error: “Los pesos no... ¡las niñas!”

La pregunta 2, que requiere entender lo que expresan las barras, señala la misma dificultad. No es de extrañar que algunos alumnos digan que las barras indican el peso. Eva (5ºP) ha contestado correctamente la pregunta 1 argumentando que los pesos están escritos abajo (eje de abscisas). Pero ante la pregunta 2, dice que las barras indican el peso. A la pregunta de por qué lo cree, va señalando los intervalos de peso escritos bajo el eje de abscisas. La entrevistadora le recuerda que antes ha dicho que el peso se indica en la parte de abajo del gráfico.

- Eva se queda pensando: “Si... bueno, serían el número de kilos que pesan... bueno, el número de niños y niñas que pesan esos kilos de aquí” (señala los intervalos).

Esta confusión entre los pesos (que se indican en las abscisas) y las frecuencias (que se indican mediante las alturas de las barras) es interesante pues muestra la dificultad de disociar las dos variables del gráfico, a pesar de que la etiqueta del eje de abscisas muestra bien que los intervalos que se indican corresponden al peso. De hecho, las barras corresponden a niños que tienen un determinado peso (como dice Julián “...hay 6 niñas que pesan más de 44”). El obstáculo cognitivo es darse cuenta de que la altura de las barras sólo indica el número de niños que cumplen cierta condición (que se señala en el eje de abscisas) pero no indica los pesos. El hecho de disociar la frecuencia (altura de las barras) y el peso parece, pues, que constituye un requisito difícil de abordar para algunos alumnos.

En cambio, ninguno de los ocho niños entrevistados ha tenido dificultad en entender que el color de las barras sirve para diferenciar los niños de las niñas (pregunta 3). En este caso, la variable género no presenta ninguna dificultad en ser

identificada en el gráfico gracias al uso de la convención del color acompañado de la leyenda que hace corresponder un color a las niñas y otro color a los niños.

Lectura directa de los datos

Las cuatro preguntas relacionadas con la lectura directa de los datos presentan muy pocas dificultades en los alumnos entrevistados. Sólo tres alumnos (Julián y Eva de 5ºP y Raúl de 1ºESO) empiezan dando una opción incorrecta en la pregunta 6 (¿Dónde hay más niños que niñas?), que en todos los casos es corregida. Es interesante señalar que el error es idéntico en los tres alumnos: señalan el intervalo en el que las barras son más altas aunque en este intervalo las niñas presentan una barra con altura algo mayor que los niños.

Todo parece indicar, pues, que la extracción de datos directos del gráfico apenas presenta dificultades en los niños entrevistados, salvo en los casos en que una exploración insuficiente del gráfico conduce a centrarse en un aspecto absoluto (las barras más altas) en vez de en un dato relativo (el intervalo en que la barra de los niños es mayor que la barra de las niñas). La corrección inmediata hace pensar más en un déficit de exploración perceptiva que en una dificultad conceptual.

Inferencia de datos nuevos

Las preguntas que exigen una inferencia de datos no directamente presentes en el gráfico conducen a muchas más dificultades que las anteriores, aunque aparecen variaciones según la naturaleza de las preguntas.

En las preguntas que exigen un cálculo operando sobre datos del gráfico (4 y 10) muchos alumnos empiezan optando por una respuesta incorrecta (cinco alumnos en el primer caso y ocho en el segundo caso). En el caso de la pregunta 4 todos los alumnos la corrigen a lo largo de la entrevista, mientras que para la pregunta 10, tres alumnos perseveran en su error.

La pregunta 4 requiere que se sumen todas las niñas y todos los niños y se compare el resultado (para saber si han participado más niñas, más niños o igual en el estudio). En el gráfico, las frecuencias no aparecen expresadas en números (como en el caso de las tablas) y han de calcularse a partir de las alturas de las barras. Lo interesante en los errores cometidos es que los alumnos, en vez de calcular las frecuencias contando los totales de cada intervalo para niñas y para niños, se basan en apreciaciones visuales locales y, en general, salientes perceptivamente. En algunos casos (Julián 5ºP, Eva 5ºP y Pilar 1ºESO) la atención se fija en las barras más altas (en este intervalo las niñas superan a los niños), lo que conduce a una respuesta equivocada. Para Esther 2ºESO y Rubén 2ºESO lo que es

decisivo es que hay más barras azules que granates y por esto empiezan optando por la opción equivocada (dicen que hay más niños). En ambos casos, lo saliente perceptivamente conduce a un juicio erróneo. El recurso de contar, sugerido por la entrevistadora, corrige la apreciación perceptiva.

Es interesante constatar que cuando las mismas informaciones se organizan de forma tabular (tabla de doble entrada) con las frecuencias en las casillas la pregunta de encontrar el total de niñas presenta una dificultad muy baja (Gabucio et al., 2010). En el caso del gráfico esta misma operación es más compleja pues requiere que se deduzca la frecuencia sobre el eje de ordenadas según la altura de la barra y que el juicio no se deje llevar por las impresiones perceptivas (hay barras de niñas más altas que la de los niños o hay más barras de niños que de niñas).

La pregunta 10 requiere también una operación aditiva, en este caso para saber cuántos niños pesan más de 34kg. La respuesta supone sumar los niños del intervalo siguiente a 34 (de 35 a 44kg) y el posterior (más de 44kg). Todos los niños entrevistados cometen el mismo error: tan sólo consideran los casos del intervalo que sigue a 34kg, y se olvidan de integrar el siguiente. Cinco niños se dan cuenta del error y lo corrigen, aunque tres niños perseveran en el primer juicio. Este error sistemático se relaciona con una dificultad conceptual que consiste en interpretar una demanda ordinal (“más de 34kg”) de modo parcial considerando tan sólo los casos del intervalo vecino sin integrar los casos del intervalo subsiguiente.

A juzgar por la dificultad bastante elevada de la misma pregunta que se planteó a los alumnos en el caso de la tabla, todo parece indicar que aquí también estamos ante una dificultad conceptual: la de obviar el intervalo siguiente y tan sólo considerar el intervalo adyacente (Gabucio et al., 2010).

Las preguntas que exigen una inferencia no directamente deducible (9 y 11) arrojan resultados diferentes entre sí, lo que hace pensar en demandas de las dos preguntas de orden diferente. Mientras que la pregunta 11 (saber quiénes pesan 50kg, dato inexistente en el gráfico) sólo presenta un error en Isabel 6ºP que es corregido sin dificultades, la pregunta 9 (cuántas niñas pesan 26kg, también un dato que no aparece en el gráfico) conduce a errores en siete alumnos, errores que en todos los casos son corregidos a lo largo de la entrevista.

Si analizamos la demanda de ambas preguntas y las opciones propuestas en cada una de ellas, vemos que en el primer caso todos los alumnos se fijan en el último intervalo (más de 44kg) y al ver que hay más niñas que niños, deciden que es más probable que sean más niñas que niños que pesen 50kg. Aunque el dato no es directamente deducible a partir de los datos del gráfico, el juicio de probabilidad resulta obvio a partir de la lectura del último intervalo.

En cambio, en la pregunta 9 (saber cuántas niñas

pesan más de 26kg), el error cometido consiste en fijarse en la frecuencia de niñas que aparece en el intervalo “25 a 34kg” (que incluye el valor de 26kg) dando como respuesta dicha frecuencia (6) en vez de optar por el intervalo posible (frecuencias de 0 a 6). Creemos que en este caso, como una de las opciones propuestas (la frecuencia 6) coincide con un valor del gráfico (la altura de la barra de las niñas), los alumnos tienden a escoger este valor sin analizar que este valor corresponde a un intervalo (25 a 34kg) y no a un peso único que se encuentra en dicho intervalo (26kg).

Comprensión conceptual

La pregunta 12 supone un análisis global de la tendencia de las frecuencias presente en el gráfico, diferenciando dicho análisis de conocimientos previos que los alumnos tienen sobre los cambios de peso de niñas y niños de 11 años. Cinco alumnos presentan respuestas equivocadas, aunque tres de ellos las corrigen a lo largo de la entrevista.

Los errores se deben a la elección de opciones que describen aspectos de la variación del peso de niños y niñas de 11 años (“los alumnos cambian mucho de peso a esta edad” o “cuando más altos, más pesan los niños y las niñas”) pero que nada tienen que ver con la tendencia de la distribución del gráfico. En este caso, todo parece indicar que, al menos en una primera aproximación, los alumnos tienen tendencia a elegir un juicio que corresponde con ideas previas que pueden tener del fenómeno del crecimiento, sin contrastarlo con un análisis que requiere ir relacionando, en su conjunto, las frecuencias con los intervalos.

Discusión General

A juzgar por los resultados de ambos estudios, la interpretación de un gráfico de barras en alumnos de Primaria y Secundaria no es una tarea fácil, a pesar de la simplicidad del gráfico. En términos globales, en el cuestionario de interpretación los alumnos tienen una puntuación algo superior a la media (6 preguntas sobre 12). Este dato es sorprendente si tenemos en cuenta que uno de los objetivos de los planes de estudio de estos niveles escolares es entender y manejar diferentes representaciones gráficas de datos (Real Decreto sobre las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria y Secundaria de la Ley de Educación, 2006, 2007). Una posible hipótesis para explicar este bajo rendimiento podría residir en la manera de abordar los gráficos en las tareas escolares; es posible que los gráficos se aborden sin necesidad de que los alumnos se impliquen en una comprensión profunda que vaya más allá de una lectura superficial.

Un segundo resultado es que hay poca progresión en la capacidad de comprensión del gráfico a lo largo de los cursos (de 5ºP a 2ºESO). El único progreso significativo se manifiesta entre 5ºP y 6ºP; luego, el

nivel de competencia es semejante hasta 2ºESO. Los datos indican que este progreso de 5ºp a 6ºP se explica por la mejora en dos preguntas de lectura directa y una de comprensión básica. Todo parece indicar, pues, que los únicos aspectos de la comprensión que arrojan una cierta mejora corresponden con los niveles menos profundos de procesamiento de los datos, aquellos que no requieren ningún proceso de inferencia o de interpretación de la estructura global de los datos. Dicho de otra forma, la única evolución visible a lo largo de los cursos reside en los aspectos más superficiales de la comprensión, explicable seguramente por la experiencia con gráficos en tareas escolares. Es muy probable que el tipo de tareas presentadas en clase no requiera este grado de profundización, hipótesis cuya confirmación requeriría el análisis pormenorizado de dichas tareas analizando las demandas cognitivas que requieren.

Esto nos lleva al segundo objetivo del trabajo, el que pretende analizar los diferentes niveles de comprensión de un gráfico. En base a los trabajos anteriores (Barquero *et al.*, 2000; Friel *et al.*, 2001; Guthrie *et al.*, 1993; Postigo y Pozo, 2000; Shah y Hoeffner, 2002), partíamos de la hipótesis de que la comprensión de un gráfico no es una cuestión de todo o nada, y que puede hacerse a varios niveles de profundidad: un primer nivel que requiere extraer datos directamente presentes en el gráfico (lectura directa), un segundo nivel (leer entre los datos) que requiere inferir datos (deducir datos no directamente presentes mediante operaciones aritméticas o mediante comparaciones entre datos) y un tercer nivel (más allá de los datos) que supone una interpretación global de las tendencias del gráfico relacionándola con el fenómeno representado. Nuestra hipótesis era que estos tres niveles (operacionalizados mediante preguntas diferentes), al exigir demandas cognitivas cada vez más complejas, se corresponderían con grados diferentes de facilidad de las preguntas correspondientes. Hemos añadido un cuarto nivel, que hemos denominado “básico”, relativo a la comprensión de las principales convenciones del gráfico (saber en dónde se indican las diferentes variables - en nuestro caso, el peso, el género y la frecuencia). Dábamnos por supuesto que este nivel básico constituye una condición necesaria para los otros niveles y por tanto las preguntas correspondientes serían las más fáciles.

El análisis factorial y la comparación del grado de facilidad de las preguntas según su nivel de procesamiento no permiten confirmar nuestras previsiones. Por un lado, el análisis factorial indica que buena parte de la varianza (46%) es explicada por tres factores, que corresponderían a la comprensión de lo básico, a la lectura directa y la interpolación y extrapolación de datos. Este análisis, pues, no permite diferenciar los dos últimos niveles. Hay que señalar que estas agrupaciones en torno a los tres factores no son perfectas, pues no hay siempre correspondencia exacta entre preguntas del mismo nivel y agrupaciones según los tres factores.

Hay que recordar también que el nivel 4 sólo incluye una pregunta.

Si consideramos el grado de facilidad de las preguntas, tampoco aparece una progresión clara entre preguntas de los diferentes niveles teóricos. Hay dos preguntas básicas que resultan más difíciles que algunas de lectura directa, contrariamente a lo esperado; y la pregunta del nivel 4 resulta más fácil que las cuatro preguntas del nivel 3. La única tendencia clara que corrobora la ordenación teórica de niveles es que las preguntas de los dos primeros niveles (preguntas básicas y de lectura directa) son más fáciles que las preguntas de interpolación y extrapolación (nivel 3 y 4). Es interesante señalar que el hecho de que algunas preguntas básicas sean más difíciles que las de lectura directa es un fenómeno que también hemos encontrado en el estudio sobre comprensión de tablas (Gabucio *et al.*, 2010).

Estos resultados nos llevan a dos conclusiones. Una, que la comprensión de un gráfico de frecuencias no es un proceso unitario (comprenderlo / no comprenderlo) pues según la demanda de la pregunta, su resolución es más o menos difícil. En términos generales, podemos decir que no es lo mismo comprender las convenciones básicas y extraer informaciones literales que deducir nuevos datos o interpretarlos poniéndolos en relación con el fenómeno representado. La segunda conclusión es que la distinción entre el nivel básico y la lectura directa por un lado, y entre la interpolación y la interpretación global, aunque se sostenga lógicamente por el tipo de preguntas no se traduce por una gradación de dificultad. Esto nos conduce a pensar que lo importante para apreciar el grado de facilidad de las demandas no reside tan sólo en su tipología lógica sino en los obstáculos cognitivos que la resolución de la pregunta debe sortear y en la complejidad cognitiva de las inferencias necesarias para su resolución.

Los resultados del análisis cualitativo nos han permitido señalar algunos de estos obstáculos que resumimos a continuación.

La comprensión de la organización cruzada de las informaciones

Un conjunto de preguntas (las tres de lectura directa y una básica) exigen una extracción directa de informaciones presentes en el gráfico. En estos casos, las inferencias que conducen a la respuesta correcta reposan en la comprensión de la organización cruzada propuesta por el gráfico (saber interpretar que a cada intervalo de peso –abscisas- le corresponde una frecuencia diferente –altura de las barras- de niños y niñas). Las demandas cognitivas de estas preguntas, a juzgar por su grado elevado de facilidad y por la inmediatez de las respuestas de los alumnos, son abordadas sin problemas por la mayoría de alumnos de estas edades.

Recordemos que la competencia de doble categorización de datos, competencia que está en la base de la comprensión cruzada de las informaciones de un gráfico, es un logro que Piaget e Inhelder (1959) situaron en la etapa de las operaciones concretas. Esta capacidad fundamental, junto con la experiencia escolar y extraescolar de los alumnos con gráficos, explicaría la resolución globalmente exitosa de este tipo de demandas.

La disociación entre variables

Uno de los datos inesperados de nuestra investigación es que dos de las preguntas básicas han resultado más difíciles que algunas preguntas de lectura directa.

El análisis cualitativo nos ha permitido identificar la naturaleza de esta dificultad: la disociación entre la variable peso y la frecuencia. En efecto, la demanda de ambas preguntas exige que se tenga claro que en el gráfico los intervalos de peso se indican en el eje de abscisas y que la altura de las barras indica las frecuencias (número de niños y niñas que cumplen la condición de peso). A pesar de que la variable peso se indique mediante etiquetas escritas bajo el eje de ordenadas y las frecuencias se indiquen mediante números escritos a lo largo del eje de ordenadas, muchos alumnos contestan que las barras indican los pesos. Este error muestra que, para estos alumnos, peso y frecuencia no constituyen dos entidades disociadas. Para hacerlo, tienen que entender que las barras no muestran individuos con pesos que corresponden al intervalo indicado, sino que muestran el número total de individuos que cumplen con la condición mostrada en el eje de abscisas.

Esta dificultad en comprender que el gráfico diferencia la variable medida (pesos) de la frecuencia de casos que la cumplen, disponiendo la primera en abscisas y la segunda en ordenadas, se encuentra también en otro formato de representación, las tablas (Gabucio *et al.*, 2010). En el caso de la tabla (que recoge las mismas informaciones que el presente gráfico, pero en forma de estructura tabular), la pregunta que requiere identificar a qué se refieren los números de las casillas (frecuencias) plantea también un grado moderadamente alto de dificultad debido seguramente a que los alumnos piensan que estas frecuencias son “pesos”.

Esta dificultad tiene relación también con una tendencia que hemos encontrado en la tarea de construcción, tanto de un gráfico (García-Milà, Martí, Gilabert y Castells, 2010) como de una tabla (Martí *et al.*, 2010). Muchos alumnos, al tener que representar mediante un gráfico la distribución de sujetos según su altura, en vez de contar todos los casos y expresar la frecuencia correspondiente a cada intervalo, van escribiendo el nombre de cada niño uno al lado del otro y representan su altura mediante una línea o una barra. Lo mismo ocurre en el caso de la construcción

de una tabla: en vez de contar los casos y poner la frecuencia, muchos alumnos van poniendo en las casillas el nombre de los alumnos y su altura. En ambos casos, la dificultad es la inversa a la encontrada en las tareas de interpretación: hay que reunir y contar todos los elementos que cumplen ciertas condiciones en vez de representar la altura de cada uno de ellos.

Bright y Friel (1998) han señalado errores de esta naturaleza en la lectura de gráficos de frecuencias, lo que muestra que dicha dificultad es de orden general en el manejo de representaciones que recogen frecuencias.

El obstáculo perceptivo

Una de las ventajas de los gráficos frente a otro tipo de representaciones es la facilidad con la que se visualizan los datos. En los gráficos de barras y de frecuencias como el nuestro, esta visualización se traduce por diferentes alturas de las barras. Esto permite hacer comparaciones inmediatas entre barras (cuál es la más alta de todas, cuál es la más baja, en dónde no hay barra, cuál de las barras adyacentes es más alta, etc.).

Pero en algunos casos, esta primacía de lo perceptivo puede conducir a errores. En efecto, algunas preguntas de interpolación son contestadas erróneamente porque los alumnos, en vez de deducir el dato que se les solicita integrando aritméticamente las frecuencias necesarias, se basan en la relación directamente perceptible de las barras. El caso prototípico es el de la pregunta que requiere sumar las frecuencias de las niñas y la de los niños para saber si han participado más niños, más niñas o el mismo número. Un error típico es dar la respuesta en base a una información local y saliente: contestar, por ejemplo, que hay más niñas porque la barra más alta de todo el gráfico corresponde a niñas; o contestar que hay más niños porque el alumno se fija que hay más barras de niños que de niñas (en un intervalo, no hay barra para niñas).

Vemos, pues, como una de las virtudes de los gráficos (la inmediatez perceptiva de los datos) se puede volver en contra de una comprensión más profunda.

El significado de los intervalos

En muchos gráficos, como el que hemos propuesto en este estudio, la variable expresada en el eje de abscisas consta de varios valores adyacentes. La medida se visualiza indicando estos diferentes valores que, en nuestro gráfico, son intervalos de peso. Mientras que la lectura directa permite visualizar qué frecuencia corresponde a cada intervalo, las preguntas que requieren integrar varios intervalos o indicar qué frecuencia corresponde a un valor que se encuentra dentro del intervalo conducen a errores sistemáticos.

El primero de estos errores aparece cuando la demanda se refiere a encontrar la frecuencia que corresponde a un valor superior (o inferior) a uno de los límites del intervalo. La solución es sumar todas las frecuencias que se encuentran a la derecha o a la izquierda del límite en cuestión (por ejemplo, para saber cuántos niños pesan más de 34kg, se han de sumar las frecuencias del intervalo adyacente -35 a 44kg- y la siguiente -más de 44kg-). Uno de los errores sistemáticos consiste en considerar únicamente la frecuencia del intervalo adyacente, sin añadir la frecuencia del siguiente intervalo.

Este error, a juzgar por las dificultades de la pregunta correspondiente, también aparece en la organización tabular de los datos (Gabucio *et al.*, 2010), lo que indica que se trata de un obstáculo común en todo tipo de representaciones en las que aparece una variable expresada a través de distintos valores adyacentes. Todo parece indicar que el alumno hace una interpretación restrictiva de la demanda y en vez de considerar todas las frecuencias que están más allá de un cierto límite, sólo se fija en la frecuencia adyacente.

¿Cómo interpretar este error? Podemos descartar que sea una incapacidad lógica de interpretar correctamente una relación ordinal (más que... o mayor que...), pues a esta edad dichas relaciones son comprendidas sin problema. Es muy probable que si la variable estuviese expresada en valores únicos (34 kg/36kg/38kg, etc.) y no en intervalos, este error no aparecería. Por esto pensamos que la dificultad reside en el hecho de que el valor propuesto es el límite de un intervalo y que los alumnos interpretan la relación ordinal considerando tan sólo el intervalo adyacente.

Aunque serían necesarios nuevos datos para corroborar esta interpretación, otro error relacionado con el que acabamos de comentar apunta a la dificultad de manejar el significado de los intervalos. En efecto, una de las preguntas que resultan también difíciles y que dan lugar a errores sistemáticos es la que requiere prever qué frecuencia corresponde a un valor preciso que está incluido en un intervalo de peso (¿cuántas niñas pesan 26kg?). De hecho, en el gráfico no se indica la frecuencia de niñas que pesan 26kg; sólo se indican las niñas que pesan entre 25 y 34kg. El error, en este caso, consiste en dar la frecuencia que corresponde a todo el intervalo (6 niñas) en vez de responder que el número de niñas que pesan exactamente 26kg debe estar incluido entre 0 y 6.

La fuerza de las ideas previas

Lo que hemos designado como “comprensión conceptual” y que corresponde al cuarto nivel de comprensión requiere que se capte la estructura global de los datos y que se relacione con los conocimientos que tienen los alumnos sobre el fenómeno. El fenómeno representado en el gráfico (distribución del peso de niños y niñas de 11 años) es

conocido por todos los alumnos y no implica ninguna dificultad de comprensión (el hecho de que, a una determinada edad, las niñas y los niños no pesan todos igual).

Lo que plantea la última pregunta del cuestionario es precisamente interpretar la tendencia global de los datos (¿Por qué las barras son más altas en la parte central que en los extremos?). El interés de esta pregunta es que, para elegir la opción adecuada, los alumnos tienen que descartar dos explicaciones que corresponden a ideas comunes sobre el fenómeno: que cuanto mayores son, más pesan; y que a estas edades se varía mucho de peso. En vez de seleccionar la descripción que corresponde con la tendencia global de los datos presente en el gráfico, algunos alumnos seleccionan descripciones plausibles, diríamos de sentido común, pero que nada tienen que ver con los datos del gráfico.

Esta investigación señala un hecho preocupante: que el nivel de comprensión de un gráfico común y sencillo como el que se propone en este estudio es muy superficial a finales de la Educación Primaria e inicios de la Secundaria y que apenas progresa a lo largo de los cursos. Esperemos que la identificación de diferentes niveles de procesamiento, y sobre todo, el análisis de algunos obstáculos que impiden ir más allá de una lectura directa puedan ser el punto de partida para revalorizar la alfabetización gráfica en la escuela y para diseñar tareas específicas que sirvan para que los alumnos vayan más allá de una comprensión superficial de los gráficos.

Es cierto que el presente estudio debería prolongarse con otros estudios sobre comprensión de gráficos que corroborasen los resultados y sobre todo que pudiesen aportar datos sobre la manera en que los alumnos abordan las tareas gráficas en su escolarización. En el primer caso, se trataría de refinar el cuestionario introduciendo algunas preguntas más precisas que pudiesen determinar la diferencia entre niveles. Y también de estudiar la comprensión de otro tipo de gráficos, para apreciar hasta qué punto los obstáculos identificados en el presente estudio con un gráfico de frecuencias se encuentran también en otro tipo de gráficos.

En el segundo caso, sería necesario realizar un análisis de las prácticas escolares para determinar qué tareas de comprensión se plantean y qué tipo de ayudas reciben los alumnos cuando tienen que comprender gráficos. También habría que analizar la enseñanza de conceptos estadísticos directamente relacionados con los gráficos de frecuencias como el de intervalo o el de valor de frecuencia. La comprensión de estos conceptos puede constituir un requisito previo para acceder a un nivel profundo de procesamiento de los gráficos de frecuencia.

Referencias

Barquero, B., Schnotz, W., & Reuter, S. (2000). Adolescents' and adults' skills to visually communicate

- knowledge with Graphics. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 71-87.
- Bertin, J. (1983). *Semiology of graphics*. Madison: University of Wisconsin Press.
- Bright, G. W., & Friel, S. N. (1998). Graphical representations: Helping students interpret data. En S. P. Lajoie (Ed.), *Reflections on statistics: Agenda for learning, teaching and assessment in K-12* (pp. 63-88). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Carpenter, P. A., & Shah, P. (1998). A model of the perceptual and conceptual processes in graph comprehension. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, 4, 75-100.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 382-393.
- Friel, S.N., Curcio, F.R., & Bright, G.W. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Gabucio, F., Martí, E., Enfedaque, J., Gilabert, S., & Konstantinidou, K. (2010). Niveles de comprensión de las tablas en alumnos de primaria y secundaria. *Cultura y Educación*, 22(2), 183-197.
- García-Mila, M., Martí, E., Gilabert, S. & Catells, M. (2010). *The role of tables in graphing: Graphing by tabulating data vs graphing by using tabulated data*. Manuscrito sometido para su publicación.
- Guthrie, J. T., Weber, S., & Kimmerly, N. (1993). Searching documents: cognitive processes and deficits in understanding graphs, tables, and illustrations. *Contemporary Educational Psychology*, 18, 186-221.
- Kosslyn, S. (1989). Understanding charts and graphs. *Applied Cognitive Psychology*, 3, 185-226.
- Kosslyn, S. (2006). *Graph design for the eye and mind*. New York, NY: Oxford University Press.
- Latour, B. (1986). Visualization and cognition: Thinking with eyes and hands. *Knowledge and Society. Studies in the Sociology of Culture Past and Present*, 6, 1-40.
- Latour, B. (1987). *Science in action: How to follow scientist and engineers through society*. Milton Keynes, UK: Open University Press.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning and teaching. *Review of Educational Research*, 60, 1-64.
- Lemke, J. (1998). Multiplying meaning: visual and semiotics in scientific text. En J. R. Martin, & R. Vell (Eds.), *Reading science: critical and functional perspectives on discourses of science* (pp. 87-113). New York: Routledge.
- Martí, E. (2003). *Representar el mundo externamente. La adquisición infantil de los sistemas externos de representación*. Madrid: Antonio Machado.
- Martí, E., García-Mila, M., Gabucio, F. & Konstantinidou, K. (2010). *The construction of a double entry table: A study of primary and secondary school students' difficulties*. Manuscrito sometido para publicación.
- Martí, E., Pérez, E., y Aular de la Cerda, K. (En prensa). Alfabetización gráfica. La apropiación de las tablas como instrumento cognitivo. *Contextos de Educación*.
- Martí, E., & Pozo, J. I. (2000). Más allá de las representaciones mentales: la adquisición de los sistemas externos de representación. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 11-30.
- Murray, T. S., Kirsch, I. S., & Jenkins, L. B. (1997). *Adult literacy in OECD countries: A technical report for the first international adult literacy survey*. Washington, DC: National Center for Education Statistics, U.S. Government Printing Office.
- Pérez-Echeverría, M. P., Martí, E. y Pozo, J. I. (2010). *Cultura y Educación*, 22(2), 133-147.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1959). *La genèse des structures logiques élémentaires*. Neuchâtel: Delachaux et Niestlé.
- Postigo, Y., & Pozo, J. I. (2000). Cuando una gráfica vale más que 1.000 datos: la interpretación de gráficas por alumnos adolescentes. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 89-110.
- Real Decreto sobre enseñanzas mínimas de la Educación Primaria (2006). *Boletín Oficial del Estado* (8 de diciembre de 2006).
- Real Decreto sobre enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria (2007). *Boletín Oficial del Estado* (5 de enero de 2007).
- Shah, P., & Hoeffner, J. (2002). Review of graph comprehension research: Implications for instruction. *Educational Psychology Review*, 14 (1), 47-79.
- Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher*, 21(1), 14-23.

Anexo 1**Cuestionario de interpretación**

Analiza bien el gráfico de la página adjunta y basándote en él, contesta las siguientes preguntas (Para cada una, marca con una cruz una única opción).

1. ¿Dónde se indica el peso?
 - a) *en la parte inferior del gráfico (línea base)*
 - b) en la parte izquierda (línea vertical)
 - c) en las barras
 - d) no se indica
2. Las alturas de las barras indican:
 - a) *número de niños y niñas*
 - b) pesos de niños y niñas
 - c) alturas de niños y niñas
 - d) edades de niños y niñas
3. ¿Como se diferencian los niños y las niñas en el Gráfico?
 - a) *por el color de las barras*
 - b) por la altura de las barras
 - c) no se pueden distinguir
 - d) por la anchura
4. En el estudio han participado:
 - a) un total de 35 niños y 44 niñas
 - b) más niños
 - c) *mismo número de niños y niñas*
 - d) más niñas
5. ¿En qué intervalo de peso hay más alumnos (niños y niñas)?
 - a) entre 25 y 34kg
 - b) *entre 35 y 44kg*
 - c) entre 0 y 25kg
 - d) más de 44kg
6. ¿Dónde hay más niños que niñas?
 - a) *de 25 a 34kg*
 - b) de 35 a 44kg
 - c) siempre
 - d) en ninguna parte
7. Cuando nos fijamos en los que pesan menos de 25kg:
 - a) no hay ningún niño
 - b) *no hay ninguna niña*
 - c) hay el mismo número de niños que de niñas
 - d) no hay nadie
8. Cuando nos fijamos en los alumnos que pesan más de 44kg:
 - a) no hay ningún niño
 - b) no se puede saber cuántos niños y niñas hay
 - c) *hay más niñas que niños*
 - d) no hay ningún alumno
9. ¿Cuántas niñas pesan 26kg?
 - a) ninguna
 - b) *entre 0 y 6*
 - c) una
 - d) 6
10. ¿Según el Gráfico, cuántos niños pesan más de 34kg?
 - a) entre 0 y 12
 - b) 12
 - c) no se puede saber
 - d) 14
11. ¿Quién pesa 50kg en estas edades?
 - a) probablemente ningún alumno
 - b) *probablemente más niñas*
 - c) probablemente más niños
 - d) probablemente más de la mitad de la clase
12. ¿Por qué las alturas de las barras están más altas en la parte central del Gráfico que en los extremos derecho e izquierdo?
 - a) porque los alumnos cambian mucho de peso a esta edades
 - b) *porque hay pocos alumnos que pesan muy poco o que pesan mucho*
 - c) porque en este colegio los alumnos pesan mucho menos de lo normal
 - d) porque cuanto mayores son, más pesan los niños y las niñas

Anexo 2

Resultados del análisis factorial (Matriz de componentes rotados)
 (Se señalan en sombreado las correlaciones más altas para cada pregunta)

Matriz de componentes rotados^a

	Componente		
	1	2	3
Pregunta 1	.215	.647	.321
Pregunta 2	-.028	.475	.555
Pregunta 3	.162	.676	-.067
Pregunta 4	.385	-.363	.415
Pregunta 5	.474	.501	-.081
Pregunta 6	.631	.113	.022
Pregunta 7	.727	.202	.122
Pregunta 8	.767	.157	.079
Pregunta 9	.033	-.198	.632
Pregunta 10	.067	.081	.491
Pregunta 12	.619	.002	.085
Pregunta 13	.066	.095	.568

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
 Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.

^a La rotación ha convergido en 6 iteraciones.